

8. ОБОБЩЕННЫЕ ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

8.1. Теоретические положения

К обобщенным позиционным задачам относятся задачи на нахождение точек пересечения линии с поверхностью и задачи на нахождение линии пересечения двух поверхностей.

8.1.1. Пересечение линии с поверхностью

Для нахождения точек пересечения кривой (прямой) линии с поверхностью её заключают в проецирующую плоскость – посредник. Для кривой линии в качестве посредника выбирается проецирующая цилиндрическая поверхность, а для прямой линии – проецирующая плоскость. Далее строят линию пересечения проецирующей поверхности с заданной и на ней отмечают точки пересечения с заданной кривой (прямой). Это и есть точки пересечения кривой (прямой) с поверхностью.

8.1.2. Взаимное пересечение кривых поверхностей

Кривые поверхности в общем случае пересекаются по пространственной кривой линии. Порядок этой кривой определяется как произведение порядков пересекающихся поверхностей. Проекции кривой строятся при помощи введения вспомогательных секущих поверхностей, выполняющих функции посредников. Наиболее часто в качестве таких поверхностей используют плоскости и сферы. Секущие поверхности выбираются таким образом, чтобы они пересекались с заданными поверхностями по графически простым линиям: прямым или окружностям. Важно, чтобы эти линии проецировались на одну из плоскостей проекций без искажения.

Построение линии пересечения поверхностей всегда начинают с построения **опорных точек**, к которым принадлежат экстремальные точки и точки границ видимости.

Экстремальные точки – это точки, принадлежащие граничным поверхностям – посредникам в пределах области применения последних, а также точки пересечения главных меридианов

Точки границ видимости отделяют видимую часть линии пересечения от невидимой и принадлежат очерковым линиям заданных поверхностей.

На рисунке 40 к экстремальным точкам относятся точки **А, Е, F, В**, к точкам границ видимости – **С и D**.

На чертеже опорные точки рекомендуется обозначать буквами.

Вспомогательные плоскости.

В качестве вспомогательных секущих плоскостей – посредников часто используются плоскости уровня, так как в этом случае

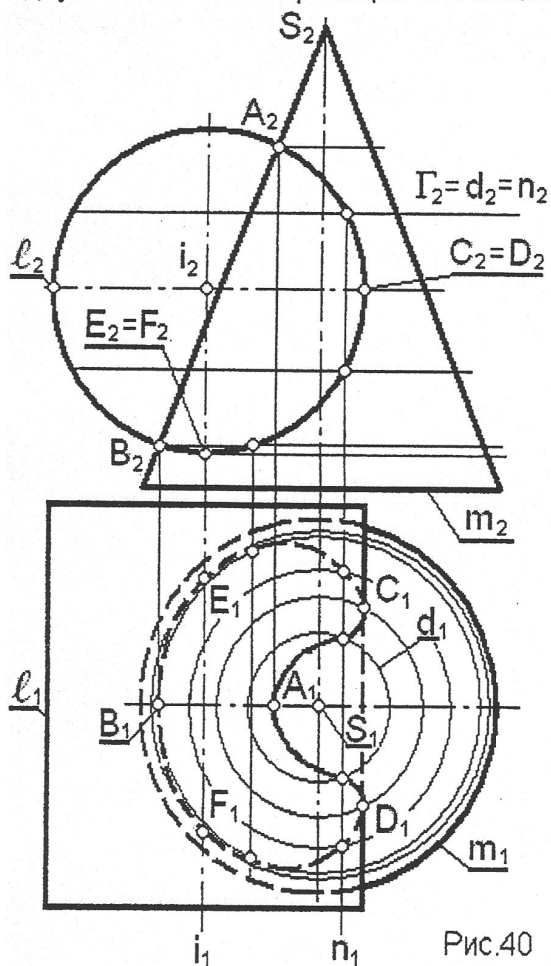


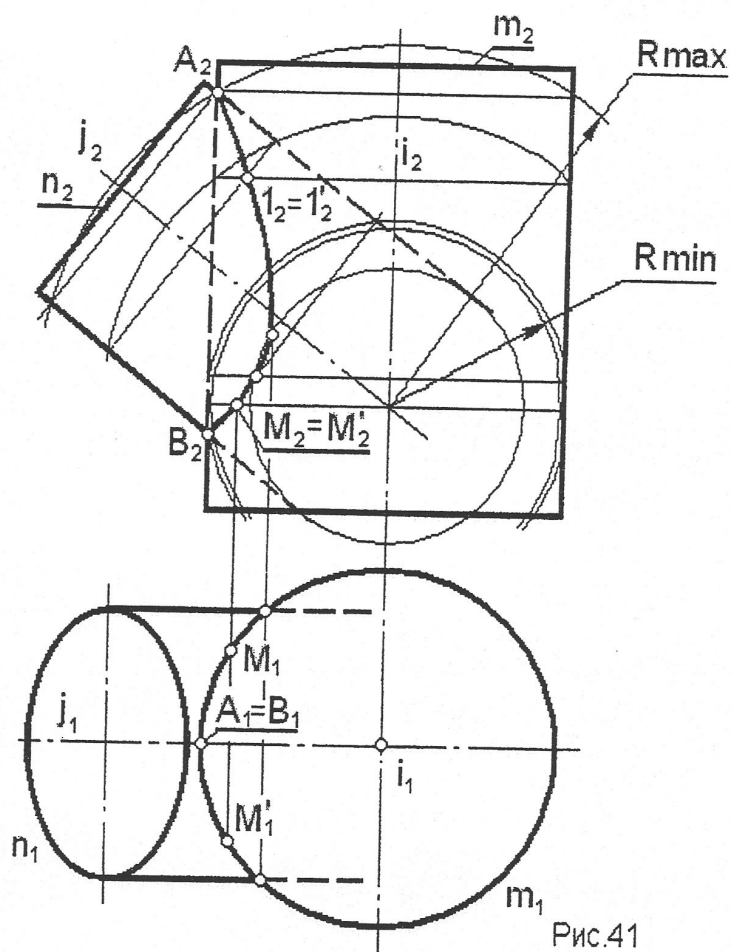
Рис.40

полученное сечение проецируется на соответствующую плоскость проекций без искажения. Для примера построим линию пересечения поверхностей конуса и цилиндра вращения (рис.40). В качестве вспомогательных секущих плоскостей – посредников выбираем горизонтальные плоскости уровня (Γ_2, \dots), которые пересекают конус по окружностям d , а цилиндр – по образующим n . Точки их взаимного пересечения и являются точками искомой линии пересечения.

Вспомогательные сферы

Для построения линии пересечения поверхностей вращения, оси которых пересекаются, образуя плоскость уровня, в качестве секущих поверхностей – посредников применяют сферы, так как всякая сфера с центром на оси поверхности вращения пересекает последнюю по окружности. Таким образом, если оси двух поверхностей вращения пересекаются, то сфера с центром, помещенным в точку пересечения осей поверхностей вращения, пересекает их по окружностям. Если при этом поверхности расположены так, что оси их параллельны какой-либо плоскости проекций, то окружности сечения проецируются на эту плоскость в виде прямолинейных отрезков. Точки пересечения этих отрезков являются проекциями точек линии пересечения. Меняя радиус секущей сферы, можно получить достаточное число точек линии пересечения. **Радиус наибольшей секущей сферы-посредника** равен расстоянию от точки пересечения осей до наиболее удаленной точки пересечения очерков поверхностей. **Радиус наименьшей секущей сферы-посредника** равен радиусу той окружности, которая является большей из двух окружностей, вписанных в очерки обеих поверхностей.

Для примера построим линию пересечения поверхностей двух цилиндров вращения (рис.41). Опорные точки линии пересечения (А и В) на фронтальной проекции определяются как результат пересечения главных меридианов. Необходимое количество произвольных (рядовых) точек находится с помощью проведения секущих сфер-посредников, радиусы которых удовлетворяют неравенству $R_{\min} \leq R \leq R_{\max}$. В данном примере минимальная сфера вписана в вертикальный цилиндр, что позволило определить симметричную пару точек М и М'. На чертеже показано построение пары рядовых точек 1 и 1' с помощью промежуточной сферы-посредника.



Сферы в качестве поверхностей-посредников также применяются в случае, если одна из пересекающихся поверхностей не является поверхностью вращения, но имеет семейство круговых сечений. Такие поверхности называются

циклическими. В этом случае ось поверхности вращения должна принадлежать плоскости, образованной перпендикулярами, восстановленными из центров этих круговых сечений. Точка пересечения перпендикуляра и оси поверхности вращения будет являться центром секущей сферы-посредника. Величина радиуса будет равна расстоянию от центра сферы до точки пересечения проекции кругового сечения с очерком поверхности.

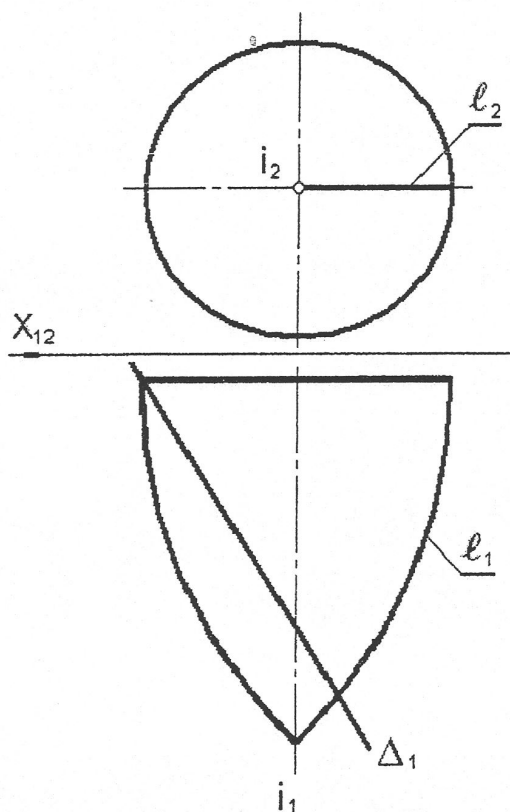
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

1. В чем заключается общий способ построения линии пересечения поверхностей?
2. Какие вспомогательные секущие поверхности находят применение в процессе решения обобщенных позиционных задач?
3. Сформулируйте алгоритмы решения задач на определение точек (точки) пересечения прямой линии с поверхностью (плоскостью).
4. Сформулируйте алгоритмы решения задач на построение сечения поверхности.
5. В каком случае в качестве посредников следует применять плоскости уровня?
6. Какие точки называются опорными?
7. Для каких поверхностей при построении линии пересечения применяются сферы-посредники.
8. Как называются поверхности, имеющие семейство круговых сечений?

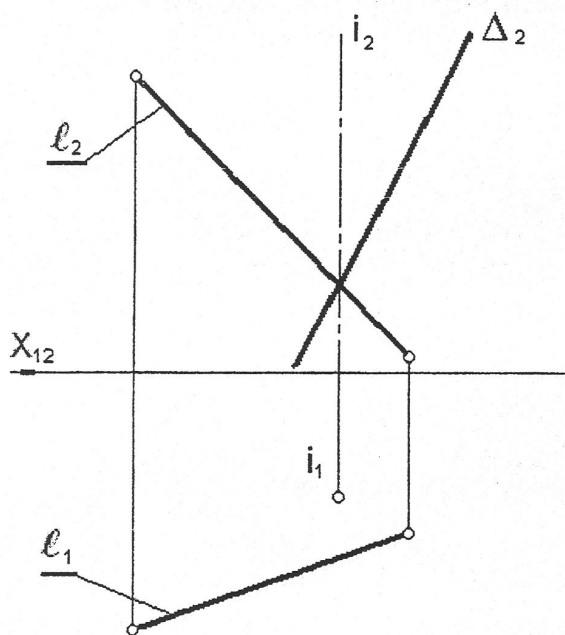
8.2. Задачи

1. Построить сечение следующих поверхностей проецирующей плоскостью:

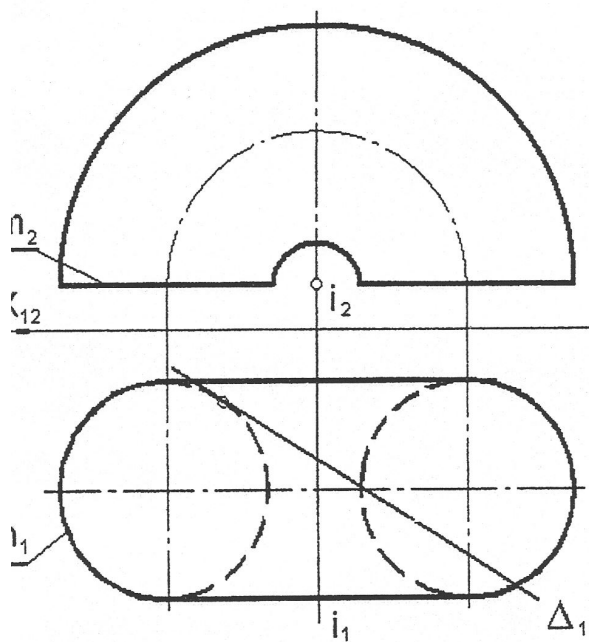
а) поверхности вращения $\Phi(i, \ell)$;



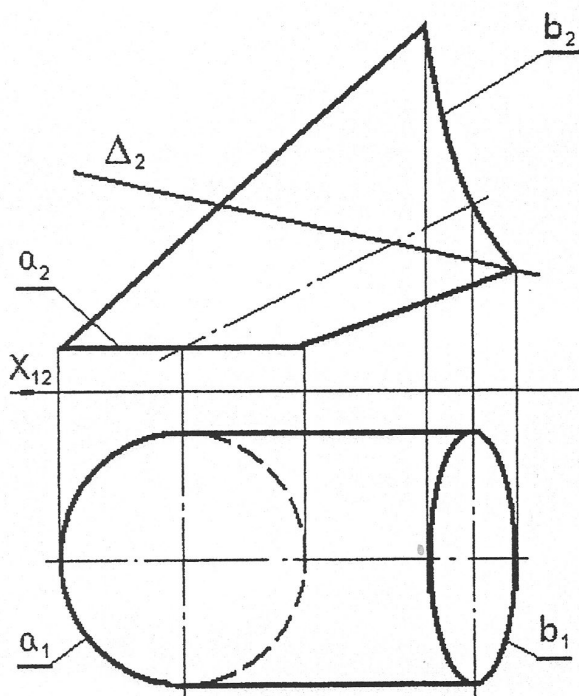
б) гиперboloида вращения $\Phi(i, \ell)$;



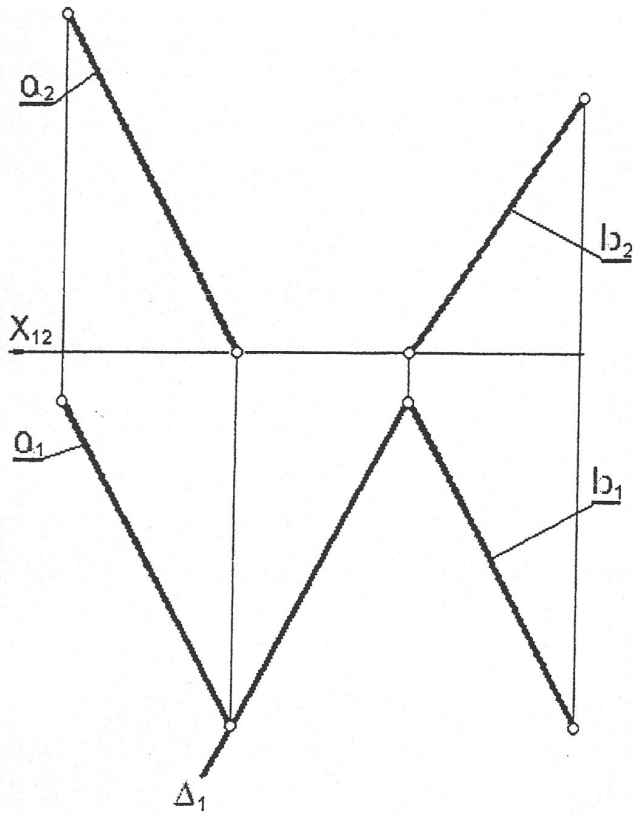
в) тора (кольца) $\Phi(i, m)$;



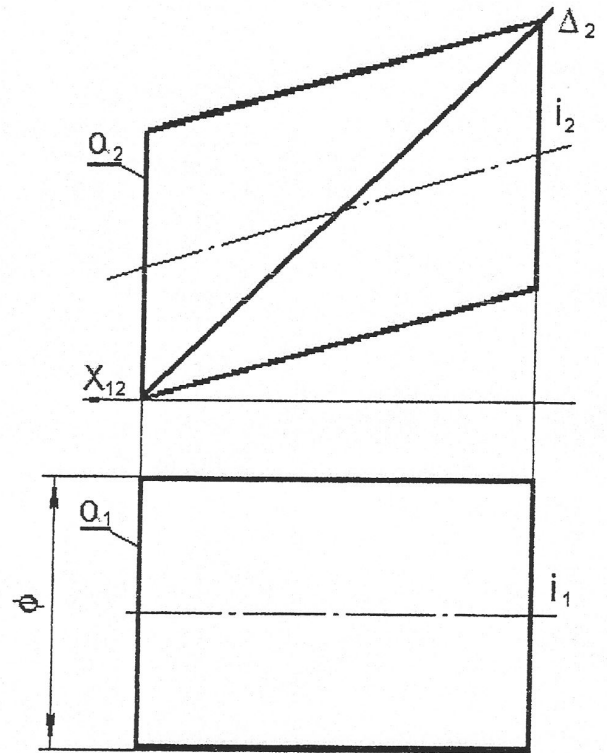
г) цилиндриоида $\Phi(a, b, \Pi_2)$;



д) гиперболического параболоида $\Phi(a, b, \Pi_2)$



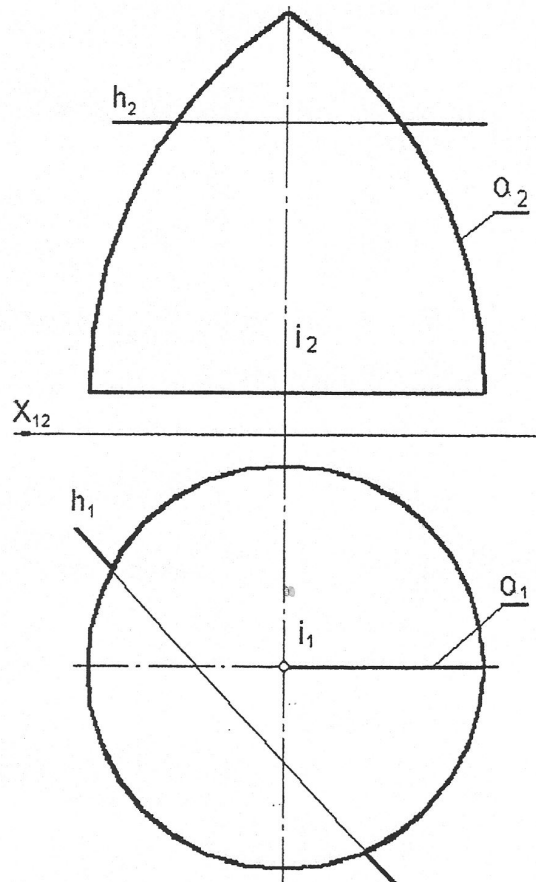
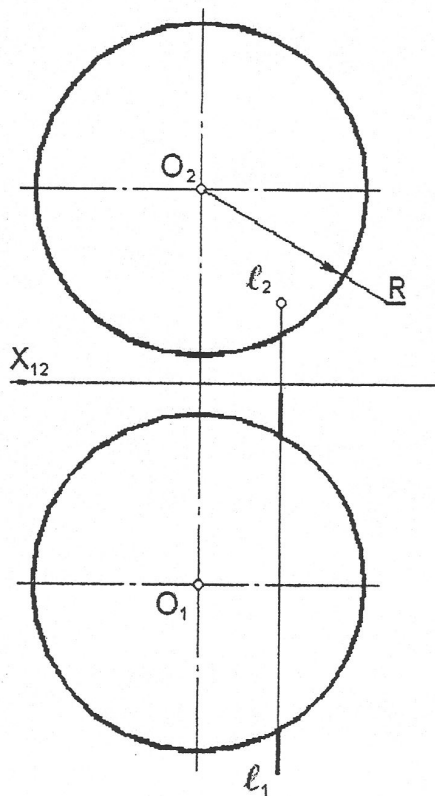
е) циклической $\Phi(i, a, \Pi_3)$



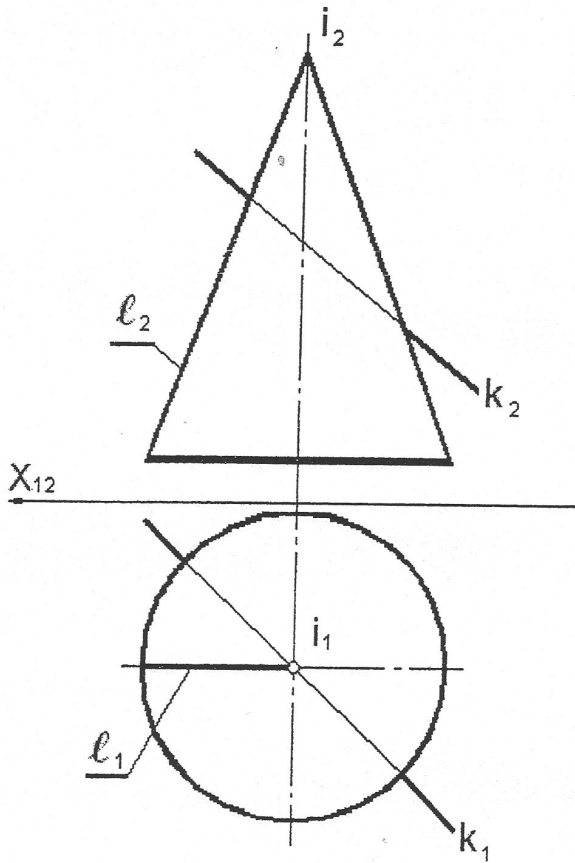
2. Построить точки пересечения прямой с поверхностями. Определить видимость прямой.

а) сфера $\Phi(O, R)$;

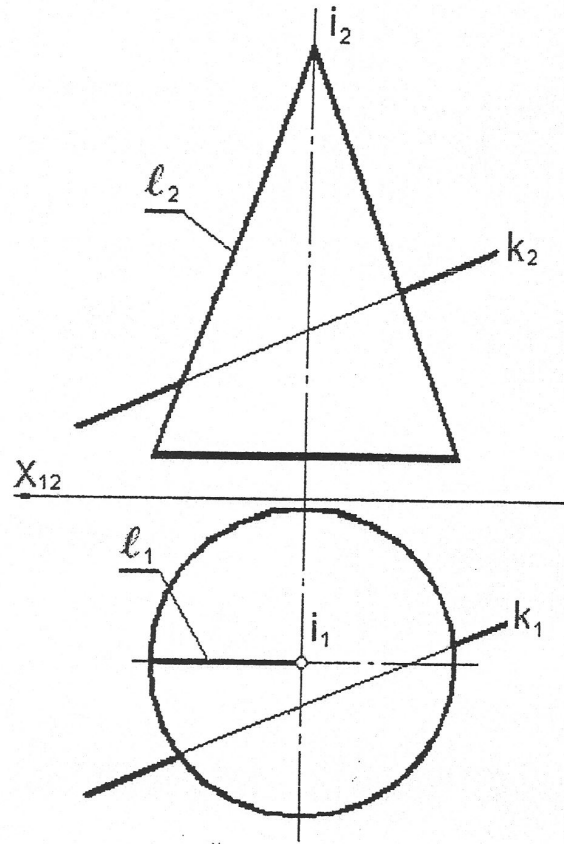
б) вращения $\Phi(i, a)$;



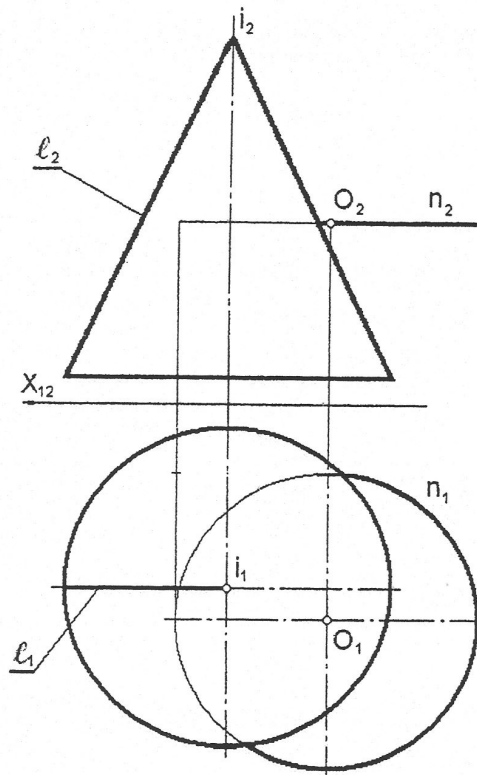
в) конус $\Phi(i, \ell)$;



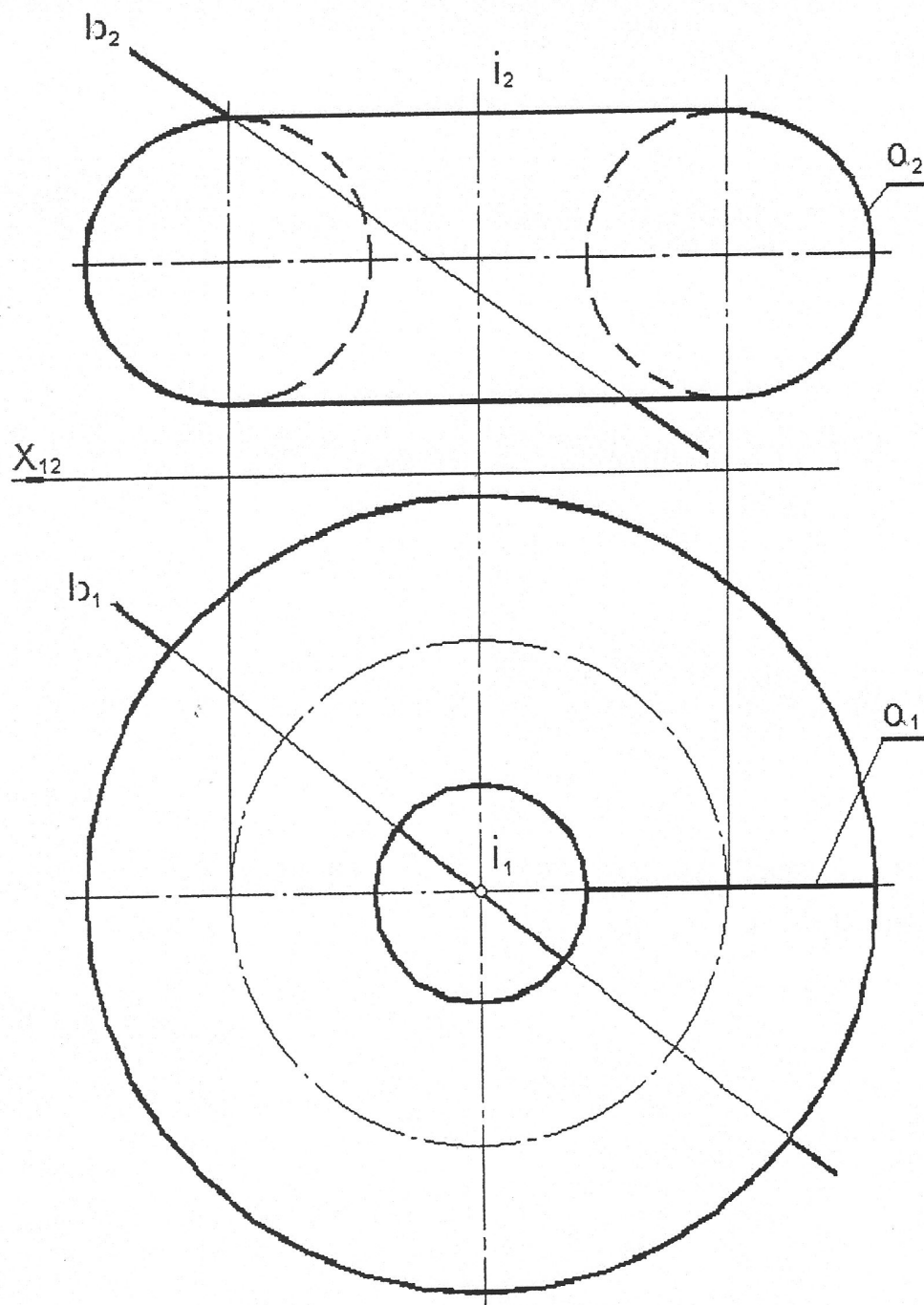
г) конус $\Phi(i, \ell)$.



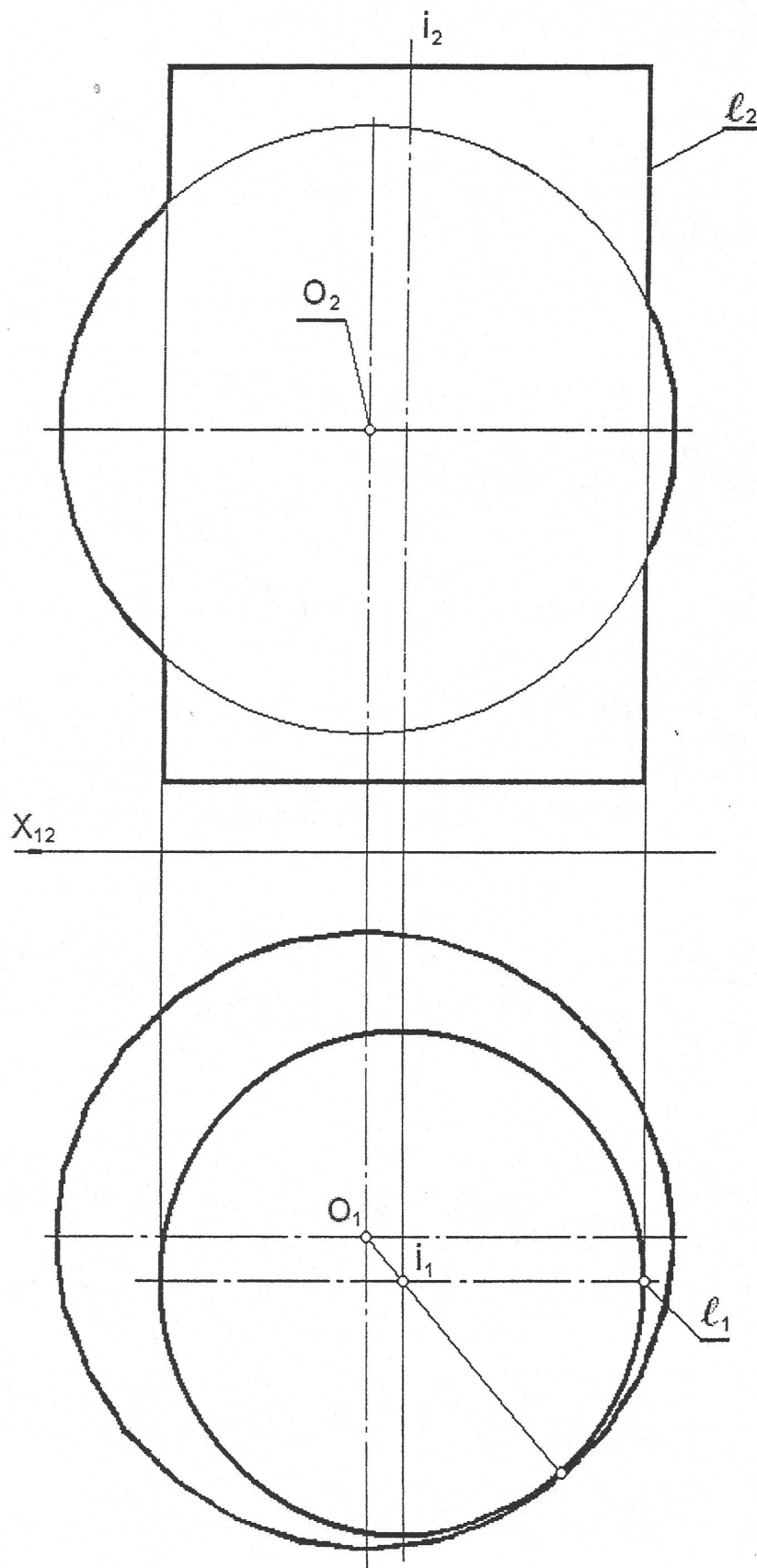
3. Построить точки пересечения окружности n с поверхностью конуса вращения. Определить видимость окружности.



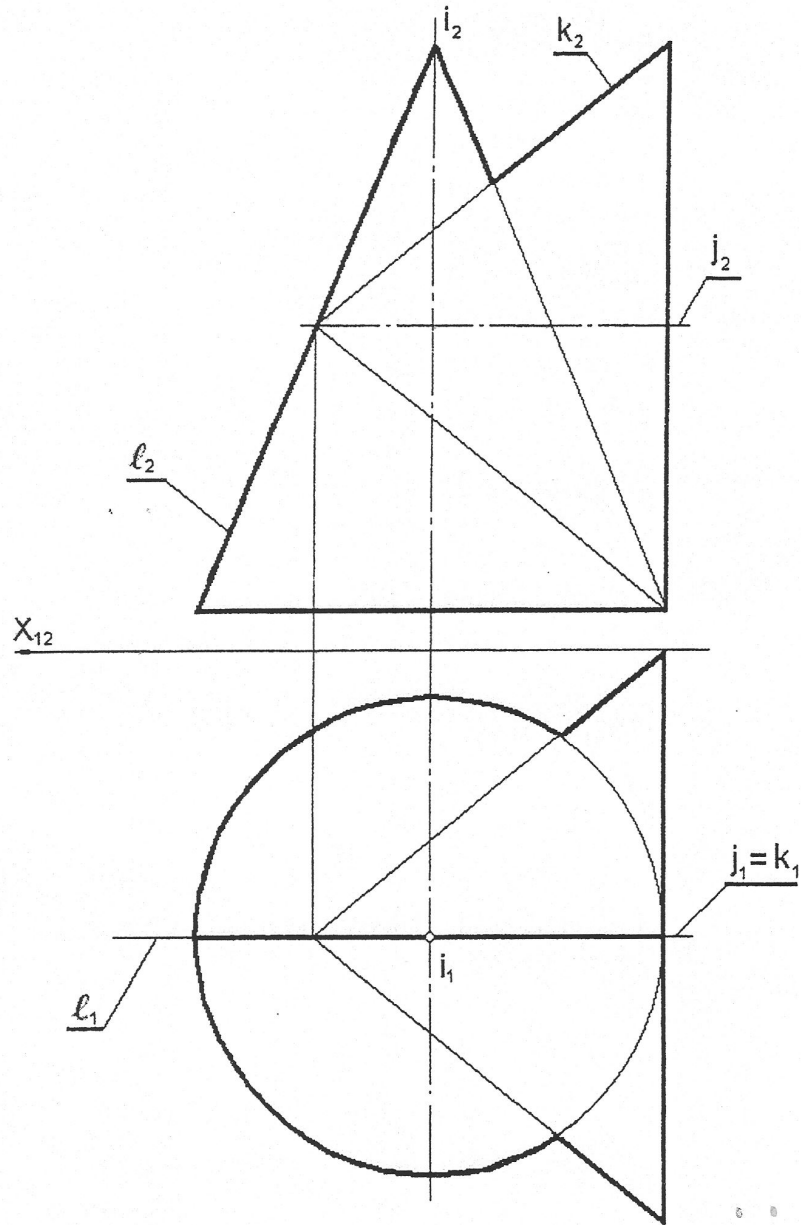
4. Построить точки пересечения прямой \mathbf{b} с поверхностью тора (кольца) $\Phi(\mathbf{i}, \mathbf{a})$. Определить видимость прямой. Решение проверить способом вращения вокруг проецирующей оси.



5. Построить линию пересечения двух поверхностей, предварительно определив способ решения задачи. Определить видимость очерковых линий поверхностей и построенной линии пересечения.
 а) Сферы $\Phi(O,R)$ и цилиндра вращения $\Psi(i,\ell)$,



б) конусов вращения $\Phi(i, \ell)$ и $\Delta(j, k)$,



в) конуса $\Phi(i, l)$ и тора $\Theta(j, d)$.

